



## Principali informazioni sull'insegnamento

Denominazione dell'insegnamento	<b>Matematica discreta</b>	
Corso di studio	Informatica	
Anno Accademico	2025/26	
Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS)	9 CFU	
Settore Scientifico Disciplinare	01/MATH-02 Geometria	
Lingua di erogazione	Italiano	
Anno di corso	Primo	
Periodo di erogazione	1 <sup>^</sup> semestre, le date esatte sono riportate nel manifesto/regolamento	
Obbligo di frequenza	La frequenza è fortemente raccomandata	
Sito web del corso di studio	<a href="https://www.uniba.it/it/corsi/informatica/corso-di-laurea-in-informatica">https://www.uniba.it/it/corsi/informatica/corso-di-laurea-in-informatica</a>	

Docenti		
Nome e cognome	Sara Azzali	
Indirizzo mail	<a href="mailto:sara.azzali@uniba.it">sara.azzali@uniba.it</a>	
Telefono	+39 080 544 2275	
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 16 terzo piano	
Sede virtuale	Piattaforma ADA - <a href="https://elearning.di.uniba.it/">https://elearning.di.uniba.it/</a>	
Sito web del docente	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/members/azzali/sara-azzali">https://www.dm.uniba.it/it/members/azzali/sara-azzali</a>	
Ricevimento (giorni, orari e modalità, es. su appuntamento)	Giovedì 14:30—16:00, oppure su appuntamento	

Syllabus	
Obiettivi formativi	<ul style="list-style-type: none"><li>Apprendere le basi del linguaggio matematico, acquisire la capacità di comprendere e utilizzare concetti e strutture matematiche astratte.</li><li>Acquisire solide nozioni di matematica discreta (teoria degli insiemi, strutture algebriche elementari, combinatoria, teoria elementare dei numeri, grafi e alberi) in modo da poterle utilizzare sia nell'ambito dell'informatica teorica, sia nel campo delle applicazioni informatiche.</li></ul> <p>Particolare cura è data alla comprensione delle argomentazioni e al rigore nella presentazione dei concetti e dei ragionamenti.</p>



<b>Prerequisiti</b>	<p>Una buona preparazione nelle materie di base della scuola media secondaria, in particolare si richiedono abilità matematiche, logiche e di ragionamento.</p> <p>Facilitano il lavoro la familiarità con il calcolo elementare, il calcolo polinomiale, e i primi elementi di teoria degli insiemi.</p>
<b>Contenuti di insegnamento (Programma)</b>	<p><b>1. Cenni di logica e di teoria degli insiemi</b> <i>Nozioni di logica:</i> proposizioni, connettivi logici e tavole di verità. Implicazione logica. Proposizioni equivalenti. Tautologie. Predicati e quantificatori. Regole per la negazione di una proposizione predicativa. Introduzione al linguaggio e simbolismo matematico. Tecniche di dimostrazione. <i>Insiemi:</i> Insieme vuoto, appartenenza, Inclusione, Unione, Uguaglianza, Intersezione, Complementare, Insieme delle Parti, Coppie ordinate e prodotto cartesiano. Proprietà elementari delle operazioni insiemistiche e leggi di De Morgan.</p> <p><b>Ore lezione frontale: 4</b> <b>Ore esercitazione in aula: 2</b></p> <p><b>2. Relazioni e funzioni</b> Relazioni fra due insiemi. Relazioni su un insieme. Funzioni. Uguaglianza tra funzioni. Insieme immagine e controimmagine. Funzioni iniettive, suriettive e biettive. Composizione di funzioni, funzioni invertibili e loro caratterizzazione. Funzione inversa e sue proprietà rispetto alla composizione di funzioni. Insiemi di numeri (naturali, interi, razionali, reali): cenni sulle loro costruzioni e proprietà delle operazioni elementari. Cardinalità di un insieme: insiemi equipotenti. Insiemi finiti e infiniti, infinità numerabile. Numerabilità dell'insieme dei numeri interi e razionali, non numerabilità dell'insieme dei numeri reali. Proprietà delle relazioni su un insieme: riflessività, simmetria, antisimmetria, transitività. Relazione d'ordine, insiemi parzialmente e totalmente ordinati. Relazioni di equivalenza: classi di equivalenza e proprietà. Congruenza modulo n sull'insieme degli interi. Partizioni di un insieme e insieme quoziente.</p> <p><b>Ore lezione frontale: 14</b> <b>Ore esercitazione in aula: 5</b></p> <p><b>3. Il principio di induzione</b> Prima forma del principio di induzione, applicazioni ed esempi (es: cardinalità dell'insieme delle parti di un insieme finito). Seconda forma del principio di induzione. <i>Successioni:</i> Definizioni, simbolo di sommatoria e proprietà. Successioni definite per ricorrenza e ricerca di una formula chiusa. Progressioni aritmetiche e geometriche. Numeri di Fibonacci.</p> <p><b>Ore lezione frontale: 8</b> <b>Ore esercitazione in aula: 4</b></p>



**4. Calcolo combinatorio**

Cardinalità dell'unione di insiemi finiti. Formula della somma (insiemi disgiunti) e principio di inclusione–esclusione (insiemi qualunque). Cardinalità del prodotto cartesiano di insiemi finiti e regola del prodotto. Permutazioni. Fattoriale.

Permutazioni con ripetizione. Disposizioni semplici di  $n$  oggetti di classe  $k$  (con  $k$  minore o uguale a  $n$ ). Numero delle applicazioni iniettive e bieettive tra insiemi finiti. Combinazioni di  $n$  oggetti di classe  $k$ . Coefficiente binomiale e formula del binomio di Newton. Applicazioni. Combinazioni con ripetizione. Definizione e calcolo del coefficiente binomiale. Formula del binomio di Newton.

**Ore lezione frontale: 6**

**Ore esercitazione in aula: 5**

**5. Numeri interi: congruenze ed equazioni diofantee**

L'insieme  $\mathbb{Z}$  dei numeri interi. Algoritmo della divisione con resto. Massimo comune divisore, proprietà e identità di Bezout. Minimo comune multiplo.

Equazioni diofantee. La congruenza  $(\text{mod } n)$  su  $\mathbb{Z}$  e la costruzione dell'insieme  $\mathbb{Z}_n$  delle classi dei resti  $(\text{mod } n)$ . Congruenze lineari e metodi di risoluzione.

Sistemi di congruenze lineari e tecniche di risoluzione. Teorema cinese dei resti. Numeri primi. Teorema fondamentale dell'aritmetica e criteri di fattorizzazione di un intero. Esistenza di un numero infinito di primi. La funzione di Eulero e le sue principali proprietà. Il piccolo teorema di Fermat. Teorema di Eulero.

**Ore lezione frontale: 12**

**Ore esercitazione in aula: 8**

**6. Strutture algebriche**

Operazioni su un insieme. Gruppi e relative proprietà. Esempi fondamentali:  $(\mathbb{Z}, +)$ ,  $(\mathbb{Q}, +)$ ,  $(\mathbb{R}, +)$ ,  $(\mathbb{Q}^*, \cdot)$ ,  $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ ,  $(\mathbb{S}_n, \circ)$ . Compatibilità di una legge di composizione interna con una relazione di equivalenza e operazione indotta sul quoziente: il gruppo  $(\mathbb{Z}_n, +)$ . Caratterizzazione degli elementi invertibili di  $\mathbb{Z}_n$ . Il gruppo  $(\mathbb{Z}^{*\rho}, \cdot)$ , con  $\rho$  primo. Sottogruppi e caratterizzazioni. Gruppi ciclici ed esempi. Gruppo simmetrico: cicli, permutazioni. Ogni permutazione si può scrivere come prodotto di cicli disgiunti. Trasposizioni. Ogni ciclo si può scrivere come prodotto di trasposizioni. Parità di una permutazione.

**Ore lezione frontale: 5**

**Ore esercitazione in aula: 3**

**7. Cenni di algebra lineare**

Matrici a elementi reali. Somma fra matrici. Moltiplicazione per scalari. Prodotto righe per colonne. Proprietà delle operazioni fra matrici. La matrice nulla. Matrici a gradini e nozione di pivot. Matrici quadrate. Matrice identità. Matrici invertibili. Il determinante di una matrice quadrata. Teorema: una matrice quadrata è invertibile se e soltanto se il suo determinante è diverso da zero (senza dimostrazione). Formula della matrice inversa di una matrice invertibile con i cofattori.

Sistemi lineari e matrici: matrice completa e incompleta di un sistema lineare. Metodo di eliminazione di Gauss. Esempi di risoluzione di sistemi lineari.

Criterio di esistenza per le soluzioni di un sistema lineare (senza dimostrazione): un sistema lineare ammette soluzioni se e soltanto se, una volta ridotto a scala, il numero di pivot della matrice completa è uguale al numero di pivot della matrice incompleta.

**Ore lezione frontale: 6**

**Ore esercitazione in aula: 3**

**Contenuti di insegnamento  
(Programma)**



<b>Testi di riferimento</b>	<p><b>Testo di riferimento:</b></p> <p>- Giulia Maria Piacentini Cattaneo, <i>Matematica Discreta e applicazioni</i>, Zanichelli 2008</p> <p><b>Altri testi e note utili per la consultazione:</b></p> <p>- K. H. Rosen: <i>Discrete Mathematics and Its Applications</i>, McGraw–Hill - D. Iacono, <i>Note del corso di Matematica Discreta</i>, Università di Bari <a href="https://www.donatelliaacono.it/appunti_2022_web.pdf">https://www.donatelliaacono.it/appunti_2022_web.pdf</a></p> <p>Gli studenti che lo desiderano possono ottenere i testi in prestito dalla Biblioteca. Può convenire verificarne la disponibilità mediante il Sistema Bibliotecario di Ateneo <a href="https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php?2">https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php?2</a> e contattare la biblioteca per concordare il prestito.</p>
-----------------------------	---

<b>Note ai testi di riferimento</b>	Sulla pagina di E-learning ADA del corso di Matematica Discreta vengono forniti:
-------------------------------------	--

<b>Organizzazione della didattica</b>	
---------------------------------------	--

<b>Ore</b>			
Totali	Didattica frontale	Pratica (laboratorio, progetto, esercitazione, altro)	Studio individuale
225 ore	86 ore	30 ore	139 ore
<b>CFU/ETCS</b>			
9 CFU	7 CFU	2 CFU	

<b>Metodi didattici</b>	
	Lezioni frontali e svolgimento di esercizi in aula.

<b>Risultati di apprendimento previsti</b>	
<b>Conoscenza e capacità di comprensione</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Acquisizione di capacità logiche formali e familiarità con concetti matematici astratti.</li><li>• Acquisizione delle tecniche dimostrative di base e di procedimenti formali, i principi dell’astrazione, le teorie formali del calcolo.</li><li>• Sviluppo della abilità di calcolo e di ragionamento astratto.</li></ul>



<b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Capacità di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi di base di Algebra e Combinatoria.</li><li>• Collegare gli argomenti, trovare esempi e controesempi. Essere in grado di comprendere e risolvere problemi ed esercizi non conosciuti, ma chiaramente correlati a quanto svolto nella teoria e a lezione.</li></ul>
<b>Competenze trasversali</b>	<p><b>Autonomia di giudizio</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Capacità di individuare metodi risolutivi opportuni per un particolare problema</li><li>• Capacità di stabilire la coerenza e la correttezza di un ragionamento logico o di una dimostrazione</li></ul> <p><b>Abilità comunicative</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Acquisizione del linguaggio formale matematico, necessario per poter acquisire negli anni successivi delle competenze professionali d'avanguardia</li><li>• Capacità di esporre le conoscenze acquisite in maniera corretta e rigorosa</li></ul> <p><b>Capacità di apprendere in modo autonomo</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato della consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso</li></ul>

Valutazione	
<b>Modalità di verifica dell'apprendimento</b>	<p>L'esame consta di:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- una prova scritta contenente esercizi sugli argomenti del corso e domande teoriche.</li><li>- una prova orale facoltativa (previo superamento della prova scritta)</li></ul> <p>La valutazione delle prove è assegnata con un voto in trentesimi che viene comunicato in modo anonimizzato (elenco contenente solo numero di matricola e rispettivo voto).</p> <p>In caso lo studente/la studentessa scelga di non sostenere la prova orale facoltativa, la valutazione finale sarà quella ottenuta nella prova scritta.</p> <p>In caso lo studente/la studentessa sostenga anche la prova orale, l'esame sarà superato solo se anche la prova orale risulterà sufficiente e la valutazione terrà conto di entrambe le prove d'esame.</p> <p>Le tracce delle prove scritte degli anni precedenti sono a disposizione sulla pagina di E-learning ADA.</p>



Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Conoscenza e capacità di comprensione:</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ Qualità e correttezza delle tecniche dimostrative, dei procedimenti formali e del ragionamento astratto.</li></ul></li><li>• <b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ Qualità e correttezza delle capacità logiche.</li></ul></li><li>• <b>Autonomia di giudizio:</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ Capacità di valutare la correttezza e la coerenza delle tecniche dimostrative e del metodo risolutivo.</li></ul></li><li>• <b>Abilità comunicative:</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ Qualità e correttezza dell'esposizione delle conoscenze acquisite.</li></ul></li><li>• <b>Capacità di apprendere:</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ Correttezza degli svolgimenti e dei risultati elaborati.</li></ul></li></ul>
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	<p>Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame è superato quando il voto è superiore o uguale a 18. Lo studente deve rispondere ai quesiti e risolvere gli esercizi proposti in sede d'esame in maniera corretta e rigorosa. Il voto finale dipende dalla soluzione descritta, dal rigore e dalla correttezza.</p>
Altri	<p>Si suggerisce agli studenti di affidarsi esclusivamente alle informazioni/comunicazioni fornite sui siti ufficiali del Dipartimento di Informatica, ovvero sui gruppi social solo se costituiti e amministrati esclusivamente dai docenti dei relativi insegnamenti:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>● <a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea</a></li><li>● <a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica</a></li><li>● <a href="https://elearning.di.uniba.it/">https://elearning.di.uniba.it/</a></li></ul> <p>I programmi degli insegnamenti sono disponibili qui:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>● <a href="https://programmi.di.uniba.it/">https://programmi.di.uniba.it/</a></li></ul> <p>Le informazioni che tutti gli studenti dovrebbero conoscere sono scritte nei Regolamenti didattici e manifesti degli studi disponibili nel sito:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>● <a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea</a></li></ul> <p>Si suggerisce agli studenti di diffidare delle informazioni e dei materiali circolanti su siti o gruppi social non ufficiali, poiché spesso sono risultati non affidabili, non corretti o incompleti. Per ogni dubbio, chiedere un incontro al docente secondo le modalità previste per il ricevimento.</p> <hr/> <p>Link al corso sulla piattaforma e-learning del dipartimento: <a href="https://elearning.uniba.it/course/view.php?id=1951">https://elearning.uniba.it/course/view.php?id=1951</a></p>



## Main information on the course

Course name	Discrete Mathematics
Degree	Bachelor
Academic year	2024/25
European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS), in Italian Crediti Formativi Universitari (CFU)	9 CFU (each CFU corresponds to 25 hours (h) of student's time); CFU are of type T1, T2 or T3 T1 = 8 h lecture + 17 h individual study T2 = 15 h practice + 10 h individual study T3 = 25 h individual study
Settore Scientifico Disciplinare	01/MATH-02 Geometry
Course language	Italian/English
Course year	First
Course period	First Semester - exact dates can be found in the didactic regulations
Course attendance requirement	None, but it is highly recommended to attend classes
Website of the Degree	<a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea</a>

Teacher(s)	
Name and Surname	Sara Azzali
Indirizzo mail	<a href="mailto:sara.azzali@uniba.it">sara.azzali@uniba.it</a>
Telefono	+39 080 544 2275
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 16 terzo piano
Sede virtuale	Piattaforma ADA - <a href="https://elearning.di.uniba.it/">https://elearning.di.uniba.it/</a>
Sito web del docente	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/members/azzali/sara-azzali">https://www.dm.uniba.it/it/members/azzali/sara-azzali</a>
Ricevimento (giorni, orari e modalità, es. su appuntamento)	Thursday 14:30—16:00, or by appointment

Syllabus	
Course goals	<ul style="list-style-type: none"><li>• Acquire the basic language of mathematics, acquire the ability to understand and work with abstract concepts and constructions.</li><li>• Acquire solid knowledge of discrete mathematical structures (combinatorics, elementary number theory, elementary algebraic structures, graphs)</li></ul>
Prerequisites/requirements	Elementary arithmetic, polynomial arithmetic. First notions in set theory. Logical reasoning.



	<p><b>Logic and Set Theory</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Sets:</b> empty set, inclusion, intersection, union, complement, power set, Cartesian product. De Morgan's laws. Mathematical symbols.</li><li>• <b>Logic:</b> proposition, logical symbols, and quantifiers. Truth tables. Proofs. Mathematical induction.</li></ul> <p><b>Functions and Sequences</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Functions:</b> injection, surjection, bijection, composition, inverse and properties. Cardinality of a set and properties.</li><li>• <b>Sequences:</b> Definition, sum symbol, and properties. Inductive sequences. Fibonacci numbers and Hanoi towers.</li></ul> <p><b>Combinatorics</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Combinatorics:</b> dispositions and combinations without repetitions. Permutations. Binomial coefficient. Newton's binomial formula. Pascal's triangle. Dispositions and combinations with repetitions. Number of injective and bijective functions between finite sets. Inclusion-exclusion principle.</li></ul> <p><b>Equivalence and Order Relations</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Relations:</b> reflexive, symmetric, transitive, and antisymmetric properties. Equivalence classes and quotients. Partially and totally ordered sets.</li></ul> <p><b>Course program</b></p> <p><b>Natural and Integer Numbers</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Set of natural and integer numbers.</li><li>• Greatest common divisor. Bézout's Identity. Least common multiple. Diophantine equations. Congruence equations mod n. Chinese remainder theorem. Prime numbers and properties. The fundamental theorem of arithmetic. Fermat's little theorem. Euler's function. Euler's theorem.</li></ul> <p><b>Monoids, Groups, Rings, and Fields</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Composition laws. Monoids, groups, subgroups, and properties. Examples. Cyclic groups. Composition laws and equivalence relations. Permutations and the symmetric group. Rings. Zero divisors and invertible elements.</li></ul> <p><b>Matrices</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Matrices and operations. Some fundamental concepts: invertibility, transposition, symmetric matrices. The determinant and its properties.</li></ul> <p><b>Basics of linear algebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Linear systems and matrix formalism. The Gauss elimination algorithm.</li></ul>
--	---



<b>Books of reference</b>	1. G.M. Piacentini Cattaneo: <i>Matematica Discreta e Applicazioni</i> , Zanichelli 2. K. H. Rosen: <i>Discrete Mathematics and Its Applications</i> , McGraw-Hill			
<b>Notes to the books</b>				
<b>Organization of the didactic activities</b>				
<b>Hours</b>	<b>Hours</b>			
Total	Lectures	Exercise sessions	Individual study	Total
225 hours	86 hours	30 hours	139 hours	225 hours
<b>CFU/ETCS</b>	<b>C F U / ETCS</b>			
9 CFU	7 CFU	2 CFU		9 CFU

<b>Teaching methods</b>	
	Lectures and exercise classes

<b>Expected learning outcomes</b>	
<b>Knowledge and understanding</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Acquisition of logical skills and familiarity with abstract mathematical concepts.</li><li>• Acquisition of basic demonstrative techniques and formal procedures, including the principles of abstraction.</li><li>• Development of the ability to count or enumerate objects.</li></ul>
<b>Applying knowledge and understanding</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Solving exercises, formalizing mathematical problems, and finding solution strategies.</li><li>• Performing algorithms and developing matrix calculus.</li><li>• Abstract reasoning.</li></ul>



	<p><b>Autonomy of Judgment:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Ability to identify appropriate solution methods for a particular problem.</li><li>Ability to establish the consistency and correctness of logical reasoning or proof.</li></ul> <p><b>Communication Skills:</b></p> <p><b>Other skills</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Acquisition of formal mathematical language, necessary for acquiring advanced professional skills in subsequent years.</li><li>Ability to present acquired knowledge correctly and rigorously.</li></ul> <p><b>Ability to Learn Independently:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Acquisition of an adequate study method, supported by the consultation of texts and the resolution of exercises and questions proposed periodically during the course.</li></ul>
--	---

Assessment	
Assessment methods	<ul style="list-style-type: none"><li><b>The written exam consists of both exercises and theoretical questions. The oral stage of the exam is optional and is reserved for students who successfully pass the written exam.</b></li></ul>
Assesment criteria	<ul style="list-style-type: none"><li><b>Knowledge and Understanding:</b> Quality and accuracy of the techniques used and the mathematical proofs.</li><li><b>Applying Knowledge and Understanding:</b> Accuracy and precision in reasoning.</li><li><b>Autonomy of Judgment:</b> Quality and precision in mathematical proofs and in the techniques used.</li><li><b>Quality and Accuracy of the Acquired Knowledge.</b></li><li><b>Communication Skills:</b> Clarity and accuracy of the exposition.</li></ul>
Measurements and final grade	The student must be able to solve the exercises correctly and rigorously. The final mark depends on how rigorous and logical the solutions are. The exam is passed if the final mark is greater than or equal to 18 (out of 30).



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI BARI  
ALDO MORO

DIPARTIMENTO  
DI  
INFORMATICA

## Further information

<https://elearning.uniba.it/course/view.php?id=1951>