Principali informazioni sull'insegnamento		
Denominazione dell'insegnamento	Fondamenti di Matematica per la Data Science	
Corso di studio	Laurea Magistrale in Data Science	
Anno Accademico	2024/25	
Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS)		6 CFU
Settore Scientifico Disciplinare	MAT05/ Analisi Matematica	
Lingua di erogazione	Italiano	
Anno di corso	Primo	
Periodo di erogazione	I semestre	
Obbligo di frequenza	La frequenza è fortemente raccomandata	
Sito web del corso di studio	https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/data-science/data-science	

Docente/i	
Nome e cognome	Mirella Cappelletti Montano
Indirizzo mail	mirella.cappellettimontano@uniba.it
Telefono	080-5442689
Sede	Dipartimento di Matematica Via Orabona 4, 70125, Bari. Stanza n. 12, III piano.
Sede virtuale	https://elearning.di.uniba.it/
Sito web del docente	https://www.dm.uniba.it/members/cappellettimontano
Ricevimento (giorni, orari e modalità, es. su appuntamento)	Il ricevimento, in presenza o in remoto, si tiene su appuntamento da concordare tramite e-mail.

Syllabus	
Obiettivi formativi	Il corso di FMDS è teso a fornire le competenze matematiche di base necessarie alla gestione, al trattamento e all'analisi di grandi moli di dati. Inoltre concorre a stimolare negli studenti non solo gli strumenti cognitivi di base necessari a pensare analiticamente, creativamente, criticamente e in modo indagatore, ma anche le capacità di astrazione e soluzione di problemi necessarie per affrontare sistemi complessi.

Prerequisiti	Al fine di comprendere e saper applicare la maggior parte delle tecniche descritte nell'insegnamento sono necessarie la padronanza degli strumenti di base di Calcolo Differenziale e Integrale in una variabile e la conoscenza delle nozioni di base di Algebra Lineare e di Geometria Analitica negli spazi Euclidei.

Contenuti di insegnamento (Programma)	**Parte I: Analisi Matematica** **Spazi Metrici, spazi normati, spazi di Hilbert (6 ore)** Spazi metrici. Esempi e prime proprietà Spazi vettoriali. Spazi normati. Esempi e prime proprietà. Struttura metrica di uno spazio normato; distanza dedotta dalla norma. Successioni convergenti e di Cauchy in uno spazio metrico. Spazi metrici completi. Spazi di Banach. Prodotto scalare in uno spazio vettoriale. Esempi. Norma associata a un prodotto scalare. Esempi. Spazi di Hilbert. Struttura topologica di R^n. **Calcolo differenziale in R^n (16 ore)** Funzioni scalari e vettoriali su R^n. Definizione di limite e sue proprietà per funzioni scalari e vettoriali. Continuità di funzioni scalari e vettoriali. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri. Derivate parziali. Vettore Gradiente. Funzioni differenziabili e loro proprietà. Piano tangente. Teorema del differenziale totale. Curve e loro derivata. Teorema di derivazione della funzione composta. Teorema di Lagrange. Funzioni vettoriali e matrice jacobiana. Teorema di differenziabilità della funzione composta. Derivate parziali seconde e matrice Hessiana. Punti di Massimo e minimo relativo di una funzione scalare. Punti critici. Punti di sella. Funzioni convesse e strettamente convesse in **R**^n e loro proprietà. Ricerca del massimo e minimo assoluto di una funzione continua. Punti di estremo vincolati. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange. **Integrali multipli (10 ore)** Richiami sugli integrali definiti in una variabile. Partizioni in R^2. Insiemi misurabili. Funzioni limitate integrabili secondo Riemann secondo Riemann su insiemi limitati misurabili di R^2. Integrabilità delle funzioni continue. Formule di riduzione per integrali doppi. Cambiamento di variabili per integrali doppi. Caso particolare: coordinate polari. Cenni su integrali impropri. **Parte II: Algebra lineare** Matrici e sistemi lineari (9 ore) Definizione di matrice. Matrici quadrate. Matrici riga. Matrici colonna. Sottomatrici. Matrici a blocchi. Somma tra matrici. Moltiplicazione di una matrice per uno scalare. Matrice trasposta e trasposta coniugata. Matrici simmetriche ed Hermitiane. Prodotto tra matrici. Potenze di una matrice. Traccia di una matrice. Matrici non singolari e matrice inversa. Determinante di una matrice e metodi per il calcolo. Matrici triangolari e diagonali. Sistemi lineari e loro rappresentazione matriciale. Metodo di eliminazione di Gauss per sistemi quadrati e rettangolari. Metodo di Gauss-Jordan. Rango di una matrice. Sistemi lineari omogenei e non omogenei e loro soluzione generale. Sistemi lineari e matrici non singolari. Invertibilita' di matrici quadrate. Fattorizzazioni LU e LDU di matrici quadrate. Formula del determinante per i pivot. Fattorizzazione di Cholesky per matrici simmetriche. Spazi vettoriali e funzioni lineari tra spazi vettoriali (5 ore) Definizione ed esempi di spazi vettoriali. Sottospazi. Sottospazio generato da un insieme finito di elementi di uno spazio vettoriale. Insiemi linearmente indipendenti in spazi vettoriali. Insiemi linearmente indipendenti di R^m. Basi di uno spazio vettoriale Dimensione di uno spazio vettoriale. Dimensione dei sottospazi. Somma diretta di sottospazi. Applicazioni lineari tra spazi vettoriali. Rotazioni, riflessioni e proiezioni e matrici associate. Matrice associata ad una applicazione lineare. Cambiamento di base. Sottospazi fondamentali di una funzione lineare. Sottospazi fondamentali di una matrice, loro dimensione e loro basi. Spazi normati e spazi con prodotto scalare (3 ore) Spazi normati. Norma euclidea. Norme di matrici. Spazi con prodotto scalare. Norma indotta da un prodotto scalare. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Angolo tra due vettori. Ortogonalità (5 ore) Vettori ortogonali. Insiemi ortonormali. Lineare indipendenza degli insiemi ortonormali. Basi ortonormali. Coordinate di un vettore rispetto ad una base ortonormale. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Fattorizzazione QR. Matrici ortogonali. Matrici unitarie. Sottospazio ortogonale. Teorema di decomposizione. Ortogonali dei sottospazi fondamentali di una matrice. Autovalori e autovettori (4 ore) Autovalori e loro caratterizzazione. Autovettori e autospazi. Polinomio caratteristico di una matrice. Raggio spettrale e sue proprietà. Molteplicità algebrica e geometrica. Autovalori semplici e semisemplici. Indipendenza degli autovettori relativi ad autovalori distinti. Matrici simili, trasformazioni per similarità. Autova-

Testi di riferimento	Per la PARTE 1: qualunque testo di Analisi Matematica 2. Per esempio • M. Bramanti – C. D. Pagani – S. Salsa, Analisi Matematica Due, Zanichelli Ed., 2009 Per la PARTE 2: • C.D. Meyer, Matrix Analysis and Applied Linear Algebra SIAM, 2000 Gli studenti che lo desiderano possono ottenere i testi in prestito dalla Biblioteca. Può convenire verificarne la disponibilità mediante il Sistema Bibliotecario di Ateneo https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php? e contattare la biblioteca per concordare il prestito.
Note ai testi di riferimento	Tracce d'esame e note delle lezioni sono disponibili nel canale TEAMS con codice 1cxhf2n

Organizzazione della didattica

Ore

Totali	**Didattica frontale**	**Pratica (laboratorio, progetto, esercitazione, altro)**	**Studio individuale**
150 ore	32 ore	30 ore	88 ore
CFU/ETCS			
6 CFU	4 CFU	2 CFU	

Metodi didattici

Didattica frontale corredata da esercitazioni che prevedono lo svolgimento di esercizi il cui scopo è far acquisire la capacità di applicare i concetti teorici.

Risultati di apprendimento previsti

Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione dei concetti fondamentali di Algebra Lineare e di Calcolo Differenziale e Integrale per funzioni in più variabili, dei relativi teoremi e della loro applicazione allo studio di autovalori e autovettori di una matrice, alla descrizione delle proprietà fondamentali di una funzione in più variabili reali e al calcolo di integrali multipli
Conoscenza e capacità di comprensione applicate	

Competenze trasversali	Autonomia di giudizio Al termine dell'insegnamento lo studente dovrà essere in grado di valutare la coerenza di un ragionamento logico utilizzato e di individuare gli strumenti matematici e le tecniche migliori per affrontare i diversi problemi di Data Science. Abilità comunicative Al termine dell'insegnamento lo studente dovrà aver acquisito il linguaggio e il formalismo matematico avanzato necessario per la consultazione e la comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze studiate, la descrizione, l'analisi e la risoluzione di problemi di Algebra Lineare e di Calcolo Differenziale e Integrale per funzioni in più variabili reali. Capacità di apprendere in modo autonomo Al termine dell'insegnamento lo studente dovrà aver acquisito un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di problemi.

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame finale prevede: • Una prova scritta a risposte aperte, della durata minima di due ore • una prova orale Le valutazioni di entrambe le parti concorreranno a determinare il voto finale. Il risultato della prova scritta, che è propedeutica alla prova orale, sarà comunicato via e-mail o direttamente dal docente o attraverso la piattaforma ESSE3.
Criteri di valutazione	Lo studente deve essere in grado di: • affrontare esercizi di Algebra Lineare, • studiare le proprietà delle matrici, • studiare una qualsiasi funzione reale in più variabili reali, riconoscendone le principali proprietà, • calcolare integrali multipli. Deve essere in grado, inoltre, di enunciare e dimostrare teoremi utilizzando il corretto linguaggio matematico e dimostrando padronanza dei concetti principali e coerenza nel ragionamento logico.

Main information on the course

Academic subject	**MATHEMATICAL FOUNDATIONS FOR DATA SCIENCE**
Degree course	Data Science (second-level degree in Data Science)
Academic year	2024-2025
European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS), in Italian Crediti Formativi Universitari (CFU)	6 CFU (each CFU corresponds to 25 hours (h) of student's time); CFU are of type T1, T2 or T3 T1 = 8 h lecture + 17 h individual study T2 = 15 h practice + 10 h individual study T3 = 25 h individual study
S.S.D.	MAT-05
Course language	Italian
Year	First
Academic calendar	First Semester
Attendance	Not mandatory but strongly recommended
Web page	https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/data-science/data-science

Professor(s)

Name and Surname	Mirella CAPPELLETTI MONTANO
email	mirella.cappellettimontano@uniba.it
phone	0805442689
office	Dipartimento di Matematica, Via Orabona 4, 70125, Bari. III floor, room 12
e-learning platform	Piattaforma ADA - https://elearning.di.uniba.it/
Homepage	https://www.dm.uniba.it/it/members/cappellettimontano
Office hours	Students may send an email to the teacher to require an appointment

Syllabus

Learning Objectives	The course provides the basic mathematical skills necessary for the management, processing and analysis of large amounts of data. Furthermore, it helps to stimulate in students not only the basic cognitive tools necessary to think analytically, creatively, critically and in an inquiring way, but also the abstraction and problem-solving skills necessary to deal with complex systems.
Course prerequisites	To understand and know how to apply most of the techniques, it is necessary to master the basic tools of Differential and Integral Calculus in one variable and to know the basic notions of Linear Algebra e of Analytical Geometry in Euclidean spaces.

Contents	**Part I: Mathematical Analysis** **Metric spaces, normed spaces, Hilbert spaces (6 h.)** Metric spaces. Vector spaces. Normed spaces. Metric structure of a normed space; distance deduced from the norm. Convergent and Cauchy sequences in a metric space. Complete metric spaces. Banach Spaces. Scalar product in a vector space. Examples. Norm associated with a scalar product. Examples. Hilbert spaces. Topology in **R**^n. **Differential calculus in R^n (16 h).** Scalar and vector functions on **R**^n. Definition of limit and its properties for scalar and vector functions. Continuity. Weierstrass theorem. Bolzano theorem. Partial derivatives. Gradient. Differentiable functions and their properties. Tangent plane. Curves and their derivative. Derivability of the composed function. Lagrange's theorem. Jacobian matrix. Differentiability of the composite function. Second partial derivatives and Hessian matrix. Local maxima and minima points of a scalar function. Critical points. Saddle points. Convex and strictly convex functions in **R**^n and their properties. Finding the global maximum and minimum of a continuous function. Lagrange multipliers. **Integral calculus in R^n (10 h.)** Integrable functions in **R**. Partitions in **R**^2. Measurable sets. Integrable functions. Integrability of continuous functions. Reduction formulas for double integrals. Change of variables for double integrals. Particular case: polar coordinates. Improper integrals. **Part II: Linear Algebra** **Matrices and linear systems (9 h.)** Matrices. Square matrices. Row matrices. Column matrices. Submatrices. Block matrices. Sum between matrices. Multiplication of a matrix by a scalar. Transpose and conjugated transpose of a matrix. Symmetric and Hermitian matrices. Product between matrices. Powers of a matrix. Trace of a matrix. Non-singular matrices and inverse matrices. Determinant of a matrix and methods for the calculation. Triangular and diagonal matrices. Linear systems and Gaussian elimination method for square and rectangular systems. Gauss-Jordan method. Rank of a matrix. Homogeneous and non-homogeneous linear systems and their general solution. Linear systems and non-singular matrices. Invertibility of square matrices. LU and LDU factorizations of square matrices. Determinant formula for pivots. Cholesky factorization for symmetric matrices. **Vector spaces and linear functions (5 h.)** Vector spaces. Subspaces. Subspace generated by a finite set of elements of a vector space. Linearly independent sets in vector spaces. Linearly independent sets of **R**^m. Bases of a vector space. Dimension of a vector space. Dimension of subspaces. Direct sum of subspaces. Linear maps between vector spaces. Rotations, reflections and projections and associated matrices. Matrices and linear applications. Change of bases. Fundamental subspaces of a linear application. Fundamental subspaces of a matrix, their dimensions and their bases. **Normed spaces and spaces with scalar product (3 h)** Normed spaces. Euclidean norm. Matrix norms. Spaces with scalar product. Norm induced by a scalar product. Cauchy-Schwarz inequality. Angle between two vectors. **Orthogonality (5 h):** Orthogonal vectors. Orthonormal sets. Linear independence of orthonormal sets. Orthonormal bases. Coordinates of a vector with respect to an orthonormal basis. Gram-Schmidt orthogonalization. QR factorization. Orthogonal matrices. Unitary matrices. Orthogonal subspace. Decomposition theorem. Orthogonal subspaces of the fundamental subspaces of a matrix. **Eigenvalues and eigenvectors of a matrix (4 h)** Eigenvalues and their characterization. Eigenvectors and eigenspaces. Characteristic polynomial of a matrix. Spectral ray and its properties. Algebraic and geometric multiplicity. Simple and semi-simple eigenvalues. Linear independence of eigenvectors corresponding to distinct eigenvalues. Similar matrices, similarity transformations. Eigenvalues of similar matrices. Diagonalizable matrices. Necessary and sufficient condition for

Books and bibliography	1. Part I: Any textbook of Calculus 2, such as • M. Bramanti – C. D. Pagani – S. Salsa, Analisi Matematica Due, Zanichelli Ed., 2009 2. Part II: C.D. Meyer, Matrix Analysis and Applied Linear Algebra SIAM, 2000. Students can borrow the texts from the library. It may be convenient to check availability via the University Library System https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php?
Additional materials	Lecture notes available on the e-learning platform.

Organization of the didactic activities

Work schedule			
Total	Lectures	Practice sessions	Individual study
150 hours	32 hours	30 hours	88 hours
CFU/ETCS			
6 CFU	4 CFU	2 CFU	

Teaching methods

	Lectures in class, accompanied by carrying out exercises whose aim is to acquire the ability to apply theoretical concepts.

Expected learning outcomes

Knowledge and understanding	Acquisition of the fundamental concepts of Linear Algebra and Differential and Integral Calculus for functions in several variables, their related theorems and their application to the study of eigenvalues and eigenvectors of a matrix, to the description of the fundamental properties of a function in several real variables and the calculation of multiple integrals
Applying knowledge and understanding	The mathematical tools acquired during the course will be applied in other teachings, particularly in Automatic Learning, Data Mining, Numerical Methods for Data Science, Statistical Modeling.

Soft skills	*Making informed judgments and choices:* At the end of the course, students should be able to evaluate the coherence of logical reasoning used and to identify the best mathematical tools and techniques to address different Data Science problems. *Communicating knowledge and understanding: A*t the end of the course, students should have acquired the language and the advanced mathematical formalism necessary for the consultation and understanding of texts, exposition of the acquired knowledge, the description, analysis and resolution of problems of Linear Algebra and Differential and Integral Calculus for functions in several real variables. *Capacities to continue learning:* At the end of the course, students should have acquired an adequate study method, supported by consultation of texts e by problem solving abilities.

Assessment	
Methods of assessment	The final exam includes: • A written exam with open answers, lasting a minimum of two hours, • an oral exam. The evaluations of both parties will contribute to determining the final grade. The result of the written exam, which is preparatory to the oral exam, will be communicated via e-mail either directly by the teacher or through the ESSE3 platform. The written axame, where its score is greater than or equal to 18/30, can be maintained for the whole academic year.
Evaluation criteria	Students should be able to: • undertake Linear Algebra exercises, • study the properties of matrices, • study any real function in several real variables, recognizing its main properties • calculate multiple integrals. Furthermore, they should be able to state and prove theorems using the correct mathematical language and proving mastery of the main concepts and coherence in logical reasoning.
Criteria for assessment and attribution of the final grade	The final grade, determined by both the written and oral exams, is awarded out of thirty. The exam is considered passed when the final grade is greater than or equal to 18/30. To access the oral test, student must have passed the written exam with a minimum grade of 18/30.

Additional information	Students are advised to rely exclusively on information/communications provided on the official websites of the Computer Science Department, or on social groups only if administered exclusively by the teachers of the relevant courses: • https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/teaching/degree-courses/degree-courses • https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica • https://elearning.uniba.it/ The teaching programs are available here: • https://elearning.uniba.it/ For further official information see https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/teaching/degree-courses/degree-courses Students are advised to be wary of information and materials circulating on unofficial sites or social groups, as they were often found to be unreliable, incorrect or incomplete. If in doubt, ask the teacher for a meeting.

Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale, determinato sia dalla prova scritta che da quella orale, è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto finale è maggiore o uguale a 18/30. Per accedere alla prova orale bisogna aver superato la prova scritta con una votazione minima di 18/30.
Altro	Si suggerisce agli studenti di affidarsi esclusivamente alle informazioni/comunicazioni fornite sui siti ufficiali del Dipartimento di Informatica, ovvero sui gruppi social solo se costituiti e amministrati esclusivamente dai docenti dei relativi insegnamenti: ● https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea ● https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica ● https://elearning.di.uniba.it/ I programmi degli insegnamenti sono disponibili qui: ● https://programmi.di.uniba.it/ Le informazioni che tutti gli studenti dovrebbero conoscere sono scritte nei Regolamenti didattici e manifesti degli studi disponibili nel sito: ● https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea Si suggerisce agli studenti di diffidare delle informazioni e dei materiali circolanti su siti o gruppi social non ufficiali, poiché spesso sono risultati non affidabili, non corretti o incompleti. Per ogni dubbio, chiedere un incontro al docente secondo le modalità previste per il ricevimento.