



## Principali informazioni sull'insegnamento

|                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                     |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Denominazione dell'insegnamento                                                                | Analisi matematica (corso M-Z)                                                                                                                                                                                      |  |
| Corso di studio                                                                                | Informatica e Tecnologie per la Produzione del Software                                                                                                                                                             |  |
| Anno Accademico                                                                                | 2024/25                                                                                                                                                                                                             |  |
| Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS) | 9 CFU                                                                                                                                                                                                               |  |
| Settore Scientifico Disciplinare                                                               | 01/MATH-03 Analisi Matematica, Probabilità e Statistica Matematica                                                                                                                                                  |  |
| Lingua di erogazione                                                                           | Italiano                                                                                                                                                                                                            |  |
| Anno di corso                                                                                  | Primo                                                                                                                                                                                                               |  |
| Periodo di erogazione                                                                          | 2° semestre, le date esatte sono riportate nel manifesto/regolamento                                                                                                                                                |  |
| Obbligo di frequenza                                                                           | La frequenza è fortemente raccomandata                                                                                                                                                                              |  |
| Sito web del corso di studio                                                                   | <a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea</a> |  |

## Docente/i

|                                                             |                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nome e cognome                                              | Giusi Vaira                                                                                     |
| Indirizzo mail                                              | giusi.vaira@uniba.it                                                                            |
| Telefono                                                    | +39 080 544 2706                                                                                |
| Sede                                                        | Dipartimento di Matematica, Via Orabona 4, 70125, Bari. Stanza n. 16, 4° piano.                 |
| Sede virtuale                                               | Piattaforma ADA - <a href="https://elearning.di.uniba.it/">https://elearning.di.uniba.it/</a>   |
| Sito web del docente                                        | <a href="https://www.dm.uniba.it/it/members/vaira">https://www.dm.uniba.it/it/members/vaira</a> |
| Ricevimento (giorni, orari e modalità, es. su appuntamento) | Gli studenti possono concordare colloqui su appuntamento.                                       |

## Syllabus

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Obiettivi formativi</b> | <p>L'insegnamento ha lo scopo di consolidare, sistematizzare e portare ad un livello post secondario le conoscenze di base su: numeri reali, funzioni e successioni reali, limite di successioni, continuità e limiti per funzioni di una variabile reale, calcolo differenziale ed integrale, serie numeriche.</p> <p>La presentazione di queste nozioni, indispensabili in ambito tecnico-scientifico, contribuisce a rafforzare l'attitudine al ragionamento formalizzato e all'astrazione.</p> |
| <b>Prerequisiti</b>        | <p>Il corso richiede la conoscenza dei contenuti di matematica di base forniti dalla scuola secondaria di secondo grado (calcolo algebrico letterale, primi elementi di geometria analitica, risoluzione di equazioni e disequazioni algebriche) e dalla terminologia su insiemi e funzioni fornita nel corso di Matematica Discreta.</p>                                                                                                                                                          |



|                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Contenuti di insegnamento<br/>(Programma)</b> | <p><b>Insiemi numerici (6 ore)</b><br/>Campo ordinato dei numeri reali: assiomi algebrici, compatibilità tra operazioni e relazione d'ordine, assioma di completezza. Numeri interi e razionali; parte intera. Valore assoluto. Retta reale, intervalli, intorno. Retta ampliata.</p> <p><b>Funzioni e successioni reali (4 ore)</b><br/>Rappresentazione del grafico nel piano cartesiano. Generalità sulle successioni. Successioni definite per ricorrenza: potenze ad esponente naturale; successione delle somme, somme della progressione geometrica.</p> <p><b>Proprietà delle funzioni reali – Funzioni elementari (10 ore)</b><br/>Simmetria e periodicità. Monotonia. Retta passante per due punti del grafico, rapporto incrementale; convessità. Minimi e massimi assoluti, minoranti e maggioranti, estremo inferiore e superiore, funzioni limitate. Algebra delle funzioni. Trasformazioni elementari dei grafici. Generalità su equazioni e disequazioni. Funzioni elementari (potenze ad esponente naturale e radici, polinomio di II grado, potenze ad esponente razionale e reale, esponenziali e logaritmi, funzioni circolari con le rispettive inverse). Richiami su polinomi e funzioni polinomiali/razionali; fattorizzazione e decomposizione in frazioni parziali. Disequazioni relative alle funzioni elementari e alle funzioni razionali/irrazionali.</p> <p><b>Limiti di successioni (9 ore)</b><br/>Proprietà definitive. Successioni convergenti, successioni divergenti, definizione di limite; successioni regolari. Regolarità delle successioni monotone; numero di Nepero. Teoremi di permanenza del segno, divergenza e convergenza obbligata. Algebra dei limiti, forme indeterminate. Teorema di confronto. Successioni estratte e loro limite. Limite della progressione geometrica. Approssimazione e rappresentazione dei numeri reali.</p> <p><b>Continuità e limiti per funzioni di una variabile (15 ore)</b><br/>Continuità in un punto (definizione sequenziale). Funzioni continue in un intervallo: teorema di Weierstrass; teorema degli zeri; teorema dei valori intermedi. Punti di accumulazione. Definizione sequenziale di limite (finito ed infinito) per le funzioni. Continuità in forma di limite; prolungamento per continuità. Carattere locale del limite. Limite unilaterale; regolarità delle funzioni monotone; asintoti verticali. Teoremi sui limiti. Calcolo dei limiti: limiti delle funzioni elementari, limite della funzione composta, forme esponenziali. Artifici. Limiti di polinomi. Equivalenze asintotiche e loro uso nel calcolo dei limiti; termini trascurabili. Limiti notevoli: equivalenze per infinitesimi; confronto di infiniti. Differenze di infiniti. Comportamenti asintotici: terminologia degli ordini. Funzioni divergenti all'infinito. Funzioni infinitesime in un punto.</p> <p><b>Serie numeriche (10 ore)</b><br/>Calcolo delle somme parziali: serie geometrica e serie telescopiche. Teoremi sulle serie convergenti, condizione necessaria. Somme approssimate e resto. Serie a termini non negativi: regolarità; criteri di confronto e di confronto asintotico; serie armonica generalizzata; stime per il calcolo della somma approssimata; criteri del rapporto e degli infinitesimi. Serie a termini di segno variabile: criterio di Leibnitz per le serie a segno alterno; criterio per serie a segno arbitrario; serie assolutamente e semplicemente convergenti.</p> |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                             | <p><b>Introduzione al calcolo differenziale (7 ore)</b></p> <p>Funzione rapporto incrementale, derivata. Funzioni derivabili. Retta tangente. Flessi a tangente verticale. Interpretazione del segno della derivata. Derivata destra e sinistra; punti angolosi e cuspidali. Derivate delle funzioni elementari. Algebra delle derivate. Derivata della funzione composta. Massimi e minimi relativi; teorema di Fermat.</p> <p><b>Funzioni derivabili e derivate di ordine superiore (9 ore)</b></p> <p>Lemma di Rolle. Teorema del valor medio di Lagrange, caratterizzazione delle funzioni costanti e delle funzioni monotone su un intervallo. Criterio di stretta monotonia, applicazione allo studio qualitativo di funzioni. Teoremi di de L'Hospital. Derivata di funzioni convesse. Derivata seconda. Interpretazione geometrica. Condizione sufficiente per punti di estremo relativo, controesempi. Caratterizzazione delle funzioni convesse tramite la derivata seconda. Studio del grafico di una funzione.</p> <p>Derivate di ordine superiore.</p> <p>Parabola osculatrice: definizione e proprietà di approssimazione. Polinomi di Taylor e teorema sull'ordine di contatto. Valutazione del resto secondo Lagrange. Formula di Taylor-MacLaurin con resto secondo Peano.</p> <p><b>Primitive ed integrazione indefinita (9 ore)</b></p> <p>Primitive ed integrale indefinito; differenza di primitive in un intervallo. Integrali indefiniti immediati, linearità, integrali per sostituzione, per parti. Integrazione indefinita delle funzioni razionali.</p> <p><b>Integrali di Riemann, definiti, impropri (7 ore)</b></p> <p>Rettangoloide. Somme inferiori e superiori di una funzione limitata. Integrabilità secondo Riemann ed integrale di Riemann (Darboux). Esempio di funzione non integrabile; classi di funzioni integrabili. Media integrale e relativi teoremi; proprietà dell'integrale rispetto alla funzione integranda e rispetto al dominio. Integrale definito e relative proprietà. Teorema Fondamentale del Calcolo. Formula fondamentale del Calcolo integrale.</p> <p>Integrali su intervalli semiaperti. Integrali impropri: funzioni non limitate e/o intervalli illimitati. Integrabilità in senso improprio. Criterio dell'integrale per le serie numeriche.</p> |
| <b>Testi di riferimento</b> | <ol style="list-style-type: none"><li>1. Bramanti, Pagani, Salsa, Analisi Matematica 1, Zanichelli</li><li>2. Barozzi, Dore, Obrecht, Elementi di Analisi Matematica, vol. 1, Zanichelli</li><li>3. Bramanti, Esercitazioni di Analisi matematica 1, Società Editrice Esculapio</li></ol> <p>Gli studenti che lo desiderano possono ottenere i testi in prestito dalla Biblioteca. Può convenire verificarne la disponibilità mediante il Sistema Bibliotecario di Ateneo <a href="https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php?">https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php?</a> e contattare la biblioteca per concordare il prestito.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |



|                                |                    |                                                                                                                                        |                    |
|--------------------------------|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Note ai testi di riferimento   |                    | Nel testo 1) -2) sono trattati gli argomenti teorici.<br>Nel testo 3) sono contenuti esercizi molti dei quali completi di svolgimento. |                    |
| Organizzazione della didattica |                    |                                                                                                                                        |                    |
| Ore                            |                    |                                                                                                                                        |                    |
| Totali                         | Didattica frontale | Pratica (laboratorio, progetto, esercitazione, altro)                                                                                  | Studio individuale |
| 225 ore                        | 56 ore             | 30 ore                                                                                                                                 | 139 ore            |
| CFU/ETCS                       |                    |                                                                                                                                        |                    |
| 9 CFU                          | 7 CFU              | 2 CFU                                                                                                                                  |                    |

|                         |                                                                                              |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Metodi didattici</b> |                                                                                              |
|                         | <ul style="list-style-type: none"><li>• Lezioni frontali ed esercitazioni in aula.</li></ul> |

|                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Risultati di apprendimento previsti</b>   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Conoscenza e capacità di comprensione</b> | <p>Consolidamento e sistematizzazione delle conoscenze di "calcolo" previste, talvolta, già al livello di istruzione secondaria:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Numeri reali: proprietà algebriche e d'ordine; funzioni reali di variabile reale; funzioni elementari.</li><li>• Algebra dei limiti e limiti delle funzioni elementari. Limiti notevoli per funzioni elementari e polinomi.</li><li>• Derivata e retta tangente. Derivate delle funzioni elementari e regole di derivazione.</li><li>• Primitive e integrale indefinito. Formula fondamentale del calcolo integrale.</li></ul> <p>Acquisizione di conoscenze qualificanti, specifiche del livello post secondario:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Assioma di completezza. Estremo inferiore/superiore.</li><li>• Successioni reali e limiti. Continuità e limiti per funzioni reali con definizione sequenziale. Proprietà delle funzioni continue.</li><li>• Serie numeriche e relativi criteri di convergenza.</li><li>• Proprietà locali e globali delle derivate. Polinomi di Taylor.</li><li>• Integrazione secondo Riemann. Teorema fondamentale del Calcolo. Integrali impropri.</li></ul> |



|                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</b> | <p>Capacità di maneggiare uguaglianze e disuguaglianze, risolvere equazioni e disequazioni che coinvolgono le funzioni elementari e i polinomi.</p> <p>Capacità di risolvere esercizi con l'utilizzo di conoscenze di base (di livello secondario):</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• limiti semplici (forme determinate, funzioni razionali/irrazionali);</li><li>• determinazione di monotonia e convessità tramite le derivate, forme indeterminate tramite il Teorema di de L'Hospital;</li><li>• calcolo di integrali immediati.</li></ul> <p>Capacità di risolvere problemi che coinvolgono conoscenze o tecniche di livello professionalmente qualificato (post secondario):</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• uso delle equivalenze asintotiche e riconoscimento dei termini trascurabili per il calcolo dei limiti;</li><li>• studio della convergenza di serie numeriche, con stima del resto;</li><li>• risoluzione qualitativa di equazioni (ed altri usi specifici del tracciamento approssimativo del grafico);</li><li>• calcolo di primitive per sostituzione e per parti, primitive di funzioni razionali, calcolo di integrali definiti ed impropri.</li></ul> |
| <b>Competenze trasversali</b>                          | <p><b>Autonomia di giudizio</b></p> <p>Capacità di sviluppare, a partire dalle nozioni matematiche, il pensiero critico come approccio ai vari problemi. Capacità di individuare gli strumenti e le procedure più appropriate per la risoluzione di specifici problemi.</p> <p><b>Abilità comunicative</b></p> <p>Capacità di esporre con proprietà di linguaggio, sostenendo o confutando tesi con esempi e controesempi. Capacità di riportare in maniera chiara i risultati degli esercizi proposti sotto forma di problema.</p> <p><b>Capacità di apprendere in modo autonomo</b></p> <p>Capacità di consultare con profitto libri di testo e dispense messe a disposizione dal docente. Capacità di vagliare altre fonti di informazione.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

| Valutazione                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Modalità di verifica dell'apprendimento</b> | <p>L'esame si tiene in forma scritta, suddivisa in due parti.</p> <p>La prima parte riguarda prevalentemente le conoscenze applicate e consiste nella risoluzione di esercizi. La seconda parte riguarda le conoscenze teoriche e consiste in domande, a risposta aperta, su definizioni, esempi, enunciati di teoremi, controesempi e dimostrazioni.</p> <p>Durante la prova, ordinariamente, non è ammesso solo l'uso della calcolatrice. Sono previsti incentivi per gli studenti iscritti al primo anno (tempo aggiuntivo, offerta di alternative per le domande di teoria).</p> <p>Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto è maggiore o uguale a 18.</p> <p>Il risultato della prova viene comunicato tramite ESSE3.</p> |



|                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Criteri di valutazione</b>                                                      | <ul style="list-style-type: none"><li>● <b>Conoscenza e capacità di comprensione:</b> viene valutato in successione:<ul style="list-style-type: none"><li>○ che non emergano gravi lacune sul livello base di conoscenze;</li><li>○ che si sia raggiunto almeno qualche risultato di apprendimento qualificante;</li><li>○ che gli enunciati (definizioni e teoremi) siano corretti e precisi;</li><li>○ l'uso degli esempi a sostegno, o confutazione, degli enunciati stessi;</li><li>○ la completezza dei contenuti;</li><li>○ la capacità di svolgere dimostrazioni e la correttezza delle stesse.</li></ul></li><li>● <b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</b> viene valutato in successione:<ul style="list-style-type: none"><li>○ che non emergano gravi lacune sul livello base di applicazione delle conoscenze;</li><li>○ che si sia raggiunto almeno qualche risultato di apprendimento di livello qualificante nelle conoscenze applicate;</li><li>○ la capacità di individuare gli strumenti necessari per la risoluzione di specifici problemi;</li><li>○ la capacità di riportare in maniera chiara i risultati degli esercizi;</li><li>○ la completezza dei contenuti.</li></ul></li><li>● <b>Autonomia di giudizio:</b> Lo studente deve saper applicare i risultati a problemi di base proposti durante il corso mediante argomenti coerenti e non fallaci e deve saper svolgere qualche dimostrazione secondo rigorosi ragionamenti di tipo logico-deduttivo.</li><li>● <b>Abilità comunicative:</b> Lo studente deve mostrare la conoscenza della corretta terminologia matematica ed esporre con proprietà di linguaggio gli argomenti dei quesiti di esame.</li><li>● <b>Capacità di apprendere:</b> Lo studente deve avere la capacità di saper applicare i risultati teorici nei vari problemi che gli vengono presentati.</li></ul> |
| <b>Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale</b> | <p>Entrambe le parti della prova d'esame (esercizi, cioè conoscenze applicate; teoria, cioè conoscenze) si articolano dal livello base, secondario, al livello qualificante, post secondario.</p> <p>La parte di esercizi vale, all'incirca, il 50% del voto; la parte di enunciati ed esempi di teoria vale, all'incirca, il 40% del voto; le dimostrazioni valgono il rimanente 10% (e la lode, qualora gli esercizi siano tutti svolti corretti e l'esposizione di teoria corretta e completa).</p> <p>Si precisa che ciascuna delle due parti della prova d'esame, se pur perfetta, da sola non basta per il raggiungimento della sufficienza.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |



## Altro

Si suggerisce agli studenti di affidarsi esclusivamente alle informazioni / comunicazioni fornite sui siti ufficiali del Dipartimento di Informatica, ovvero sui gruppi social solo se costituiti e amministrati esclusivamente dai docenti dei relativi insegnamenti:

- <https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea>
- <https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica>
- <https://elearning.di.uniba.it/>

I programmi degli insegnamenti sono disponibili qui:

- <https://programmi.di.uniba.it/>

Le informazioni che tutti gli studenti dovrebbero conoscere sono scritte nei Regolamenti didattici e manifesti degli studi disponibili nel sito:

- <https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea>

Si suggerisce agli studenti di diffidare delle informazioni e dei materiali circolanti su siti o gruppi social non ufficiali, poiché spesso sono risultati non affidabili, non corretti o incompleti. Per ogni dubbio, chiedere un incontro al docente secondo le modalità previste per il ricevimento.



## Main information on the course

|                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                     |       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Course name                                                                                              | Analisi Matematica (track M-Z)                                                                                                                                                                                      |       |
| Degree                                                                                                   | Informatica e Tecnologie per la Produzione del Software                                                                                                                                                             |       |
| Academic year                                                                                            | 2024/25                                                                                                                                                                                                             |       |
| European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS), in Italian Crediti Formativi Universitari (CFU) |                                                                                                                                                                                                                     | 9 CFU |
| Settore Scientifico Disciplinare                                                                         | 01/MATH-03 Analisi Matematica, Probabilità e Statistica Matematica                                                                                                                                                  |       |
| Course language                                                                                          | Italian                                                                                                                                                                                                             |       |
| Course year                                                                                              | First                                                                                                                                                                                                               |       |
| Course period                                                                                            | Second Semester - exact dates can be found in the didactic regulations                                                                                                                                              |       |
| Course attendance requirement                                                                            | None, but it is highly recommended to attend classes                                                                                                                                                                |       |
| Website of the Degree                                                                                    | <a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea</a> |       |

## Teacher(s)

|                     |                                                                                                 |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Name and Surname    | Giusi Vaira                                                                                     |
| email               | <a href="mailto:giusi.vaira@uniba.it">giusi.vaira@uniba.it</a>                                  |
| phone               | +39 080 544 2706                                                                                |
| office              | Dipartimento di Matematica, Via Orabona 4, 70125, Bari. Stanza n. 16, 4° piano.                 |
| e-learning platform | Piattaforma ADA - <a href="https://elearning.di.uniba.it/">https://elearning.di.uniba.it/</a>   |
| Teacher's homepage  | <a href="https://www.dm.uniba.it/it/members/vaira">https://www.dm.uniba.it/it/members/vaira</a> |
| Office hours        | Students can request by email appointments for consultations.                                   |

## Syllabus

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Course goals               | The course aims to consolidate, systematize, and advance the foundational knowledge of Mathematical Analysis at the university level. This includes real numbers, real functions, real sequences, sequence limits, continuity, and limits for functions of a single real variable, as well as differential and integral calculus, and numerical series. |
| Prerequisites/requirements | The course requires knowledge of the basic mathematics content provided by secondary education (literal algebraic calculus, introductory elements of analytic geometry, solving algebraic equations and inequalities) and the terminology related to sets and functions provided in the Discrete Mathematics course.                                    |





### **Numerical Sets (6 hours)**

System of real numbers: ordered field axioms, completeness axiom. Integers and rationals; integer part. Absolute value. Real line, intervals, neighborhoods. Extended real line.

### **Real Functions and Sequences (4 hours)**

Graphs in the Cartesian plane. Generalities on sequences. Sequences defined by recurrence: natural exponent powers; sequence of sums, sums of the geometric progression.

### **Properties of Real Functions – Elementary Functions (10 hours)**

Symmetries and periodicity. Monotonicity. Line passing through two points of the graph, difference quotient; convexity. Absolute minima and maxima, lower and upper bounds, infimum and supremum, bounded functions. Algebra of functions. Elementary graph transformations. Generalities on equations and inequalities. Elementary functions (natural exponent powers and roots, second-degree polynomials, rational and real exponent powers, exponentials and logarithms, trigonometric functions with their respective inverses). Recap on polynomials and polynomial/rational functions; factorization and partial fraction decomposition. Inequalities involving elementary functions and rational/irrational functions.

### **Limits of Sequences (9 hours)**

Definitive properties. Convergent sequences, diverging sequences, definition of limit; regular sequences. Regularity of monotonic sequences; Euler's number. Lemmas: sign preservation, forced divergence, and squeezing principle. Limits algebra, indeterminate forms. Comparison theorem. Subsequences and their limits. Limit of the geometric progression. Overview of approximation and decimal representation of real numbers.

### **Continuity and Limits for Functions of a Single Variable (15 hours)**

Continuity at a point (in term of sequences). Continuous functions on an interval: Weierstrass' extreme values theorem; Bolzano's zero theorem; intermediate value theorem.

Accumulation points. Definition (in term of sequences) of limits for functions. Continuity in the form of a limit; continuity extension. Local nature of the limit. One- sided limit; regularity of monotonic functions; vertical asymptotes. Theorems on the limits of functions. Calculation of limits: limits of elementary functions, limit of composite functions, exponential forms.

Algebraic techniques. Polynomial limits. Asymptotic equivalences and their use in limit evaluations; negligible terms. Special limits: equivalences for infinitesimals; comparison of rates of growth. Differences of infinities. Asymptotic behaviors: terminology of orders; functions diverging at infinity; infinitesimal functions at a point.

### **Numerical Series (10 hours)**

Calculation of partial sums: geometric series and telescoping series. Theorems on convergent series, necessary condition. Approximate sums and remainder. Series with non-negative terms: regularity; comparison and limit comparison criteria; generalized harmonic (Riemann) series and its remainder estimates; special



Inequalities concerning infinitesimal; ratio test, comparison with generalized harmonic series. Series with variable signs: Leibniz's criterion for alternating series; criterion for series with arbitrary signs; absolutely and conditionally convergent series.

**Introduction to Differential Calculus (7 hours)**

Difference quotient as a function, derivative. Differentiable functions. Tangent line. Vertical tangent points. Interpretation of the derivative's sign. One-sided derivatives; cusp and corner points. Derivatives of elementary functions. Differentiation Rules. Chain Rule. Local maxima and minima; Fermat's theorem (interior extremum point).

**Differentiable Functions and Higher-Order Derivatives (9 hours)**

Rolle's lemma. Lagrange's mean value theorem, characterization of constant functions and monotonic functions on an interval. Strict monotonicity test, application to qualitative analysis of functions. L'Hôpital's Rule. Derivative of convex functions.

Second derivative. Geometric interpretation. Sufficient condition for relative extrema, counterexamples. Characterization of convex functions through the second derivative. Sketching the graph of a function.

Higher-order derivatives. Osculating parabola: definition and approximation properties. Taylor polynomials and Taylor's theorem (Peano form of the remainder). Evaluation of the remainder using Lagrange's form.

**Antiderivatives and Indefinite Integration (9 hours)**

Antiderivatives and indefinite integration; difference of antiderivatives on an interval. Immediate antiderivatives, linearity, integration by substitution and integration by parts. Indefinite integration of rational functions.

**Integrals: Riemann, Defined and Improper (7 hours)**

Area under the graph. (Darboux) lower and upper sums of a bounded function. and Riemann integral. Example of a non-integrable function; classes of integrable functions. Mean value of a function and related theorems; properties of the integral with respect to the integrand function and the domain. Definite integral and its properties. First Fundamental Theorem of Calculus. Second Fundamental Theorem of Calculus (evaluation formula).

Integrals over half-open intervals. Improper integrals: unbounded functions and/or unbounded intervals. Convergence of improper integrals. Integral test for numerical series



|                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                   |  |                  |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|--|------------------|
|                                         | <p>Books of reference</p> <p>1. Barozzi, Dore, Obrecht, Elementi di Analisi Matematica, vol. 1, Zanichelli</p> <p>2. Bramanti, Pagani, Salsa, Analisi matematica 1, Zanichelli</p> <p>3. Bramanti, Esercitazioni di Analisi matematica 1, Società Editrice Esculapio</p> <p>Students who desire to do so may procure the texts on loan from the Library. It is advisable to verify their availability via the University Library System</p> <p><a href="https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php">https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php</a></p> <p>and subsequently liaise with the library to formalize the loan</p> |                   |  |                  |
| Books of reference                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                   |  |                  |
| Notes to the books                      | In the texts 1)-2) theoretical topics are covered. Text 3) contains exercises, many of which come with solutions.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                   |  |                  |
| Organization of the didactic activities |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                   |  |                  |
| Hours                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                   |  |                  |
| Total                                   | Lectures                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Practice sessions |  | Individual study |
| 225 hours                               | 56 hours                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 30 hours          |  | 139 hours        |
| CFU/ETCS                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                   |  |                  |
| 9 CFU                                   | 7 CFU                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 2 CFU             |  |                  |
|                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                   |  |                  |
| Teaching methods                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                   |  |                  |
|                                         | Traditional lectures and classroom exercises                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                   |  |                  |
| Expected learning outcomes              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                   |  |                  |



|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Knowledge and understanding</b>          | <p>Consolidation and systematization of basic knowledge (sometimes expected at the secondary education level):</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Real numbers: algebraic and order properties; real functions of a real variable; elementary functions.</li><li>• Algebra of limits and limits of elementary functions. Special limits for elementary functions and polynomials.</li><li>• Derivative and tangent line. Derivatives of elementary functions and rules of differentiation.</li><li>• Immediate antiderivatives. Second Fundamental Theorem of Calculus (evaluation formula of integrals)</li></ul> <p>Acquisition of qualifying knowledge specific to the university level:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Axiom of completeness. Lower/upper bounds.</li><li>• Real sequences and limits. Continuity and limits for real functions with sequential definition. Properties of continuous functions.</li><li>• Numerical series and their convergence criteria.</li><li>• Local and global properties of derivatives. Taylor polynomials.</li><li>• Riemann integration. First Fundamental Theorem of Calculus. Improper integrals.</li></ul>                                         |
| <b>Applying knowledge and understanding</b> | <p>Ability to manipulate equations and inequalities, solving equations and inequalities involving elementary functions and polynomials.<br/>Proficiency in solving exercises using basic knowledge:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Simple limits (determinate forms, rational/irrational functions).</li><li>• Determination of monotony and convexity through derivatives, handling indeterminate forms using L'Hôpital's Rule.</li><li>• Computation of immediate integrals.</li></ul> <p>Competence in solving problems involving qualifying-level knowledge or techniques (university level):</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Use of asymptotic equivalences and identification of negligible terms for limit calculations.</li><li>• Analysis of the convergence of numerical series, including estimation of the remainder.</li><li>• Qualitative solution of equations (and other specific uses of approximate graph plotting).</li><li>• Computation of antiderivatives through substitution and by parts, antiderivatives of rational functions, computation of definite and improper integrals.</li></ul> <p>Ability to identify the necessary tools for solving specific problems.</p> |



|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Other skills</b> | <p><b>Making informed judgements and choices</b></p> <p>Ability to develop, based on mathematical concepts, critical thinking as an approach to various problems. Capacity to identify the most appropriate tools and procedures for solving specific problems.</p> <p><b>Communication skills</b></p> <p>Ability to articulate ideas with linguistic precision, substantiating or refuting propositions with examples and counterexamples. Capability to clearly present the results of exercises proposed in the form of a problem.</p> <p><b>Learning skills</b></p> <p>Ability to consult textbooks and the materials provided by the instructor fruitfully. Capability to assess other sources of information.</p> |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| Assessment                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Assessment methods</b> | <p>The exam includes:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Written exercises</li><li>• Written theory questions or, alternatively, at the student's choice, oral theory questions.</li></ul> <p>Through the exercises, the basic knowledge is primarily tested comprehensively. Additionally, exercises of a qualifying level are proposed. The theory questions involve knowledge of qualifying level: definitions, examples, theorems (statements and proofs, where applicable), counterexamples. If the student opts for the written form, the questions are formulated in open-ended format</p> <p>During the written exam, ordinarily, the use of a calculator is not permitted. The total allocated time for the written exam is ordinarily two and a half hours.</p> <p>Incentives are provided for first-year students (offering alternatives for theory questions, additional time)</p> <p>The final grade is assigned on a scale of thirty. The exam is considered passed when the grade is greater than or equal to 18.</p> <p>The results of the exam are communicated through ESSE3 (online student management system).</p> |



|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Evaluation criteria</b> | <p><b>Knowledge and understanding:</b> the assessment is carried out evaluating successively:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• The absence of significant gaps in basic knowledge.</li><li>• The achievement of at least some qualifying learning outcomes.</li><li>• Precision and clarity in presenting statements (definitions and theorems).</li><li>• The use of examples to elucidate the statements.</li><li>• The ability to conduct proofs and their correctness.</li></ul> <p><b>Applying knowledge and understanding:</b> the assessment is carried out evaluating successively:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• The absence of significant gaps in the application of basic knowledge.</li><li>• The achievement of at least some qualifying learning outcomes in applied knowledge.</li><li>• The ability to clearly present the results of exercises.</li></ul> <p>Autonomy of judgment: the student must be able to apply the results to basic problems proposed during the course, using coherent and non-fallacious arguments, and must be able to conduct some proofs through rigorous logical-deductive reasoning.</p> <p><b>Communication skills:</b> the student must demonstrate knowledge of the correct mathematical terminology and articulate the topics of the exam questions with linguistic precision.</p> <p><b>Capacities to continue learning:</b> the student must have the ability to apply theoretical results to various problems presented.</p> |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



|                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Measurements and final grade</b> | <p>For achieving a passing grade, the following criteria are required:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• No significant gaps in basic knowledge and understanding.</li><li>• Achievement of some qualifying learning outcomes in knowledge and understanding, and their application.</li></ul> <p>The knowledge and understanding, and their application, each contribute 45% to the final grade on a scale of thirty; the remaining 10% is reserved for proofs. Consequently, if no proofs are conducted, the maximum attainable grade is 27/30.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Further information</b>          | <p>Students are advised to rely exclusively on the information / communications provided on the official websites of the Department of Computer Science, or on social groups only if created and managed exclusively by the professors of the relevant courses:</p> <p><a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea</a><br/><a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica</a><br/><a href="https://elearning.di.uniba.it/">https://elearning.di.uniba.it/</a></p> <p>The courses' programs are available here:<br/><a href="https://programmi.di.uniba.it/">https://programmi.di.uniba.it/</a></p> <p>The information that all students should know is written in the Teaching Regulations and Study Manifestos available on the website:<br/><a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea</a></p> <p>Students are advised to be wary of information and materials circulating on unofficial websites or social groups, as they are often found to be unreliable, incorrect or incomplete. For any doubt, ask for a meeting with the teacher according to the methods provided for the reception.</p> |