



## Principali informazioni sull'insegnamento

<b>Denominazione dell'insegnamento</b>	Fondamenti di Matematica per la Data Science	
<b>Corso di studio</b>	Laurea Magistrale in Data Science	
<b>Anno Accademico</b>	2023/24	
<b>Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS)</b>	6 CFU	
<b>Settore Scientifico Disciplinare</b>	MAT/05 Analisi Matematica	
<b>Lingua di erogazione</b>	Italiano	
<b>Anno di corso</b>	Primo	
<b>Periodo di erogazione</b>	Primo semestre	
<b>Obbligo di frequenza</b>	La frequenza è fortemente raccomandata	
<b>Sito web del corso di studio</b>	<a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/data-science/data-science">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/data-science/data-science</a>	

<b>Docente/i</b>	
<b>Nome e cognome</b>	Mirella Cappelletti Montano
<b>Indirizzo mail</b>	<a href="mailto:mirella.cappellettimontano@uniba.it">mirella.cappellettimontano@uniba.it</a>
<b>Telefono</b>	080-5442689
<b>Sede</b>	Dipartimento di Matematica Via Orabona 4, 70125, Bari. Stanza n. 12, III piano.
<b>Sede virtuale</b>	Piattaforma ADA - <a href="https://elearning.uniba.it/">https://elearning.uniba.it/</a>
<b>Sito web del docente</b>	<a href="https://www.dm.uniba.it/members/cappellettimontano">https://www.dm.uniba.it/members/cappellettimontano</a>
<b>Ricevimento (giorni, orari e modalità, es. su appuntamento)</b>	Il ricevimento, in presenza o in remoto, si tiene su appuntamento da concordare tramite e-mail.
<b>Nome e cognome</b>	Anna Valeria Germinario
<b>Indirizzo mail</b>	<a href="mailto:anna.germinario@uniba.it">anna.germinario@uniba.it</a>
<b>Telefono</b>	
<b>Sede</b>	Dipartimento di Matematica Via Orabona 4, 70125, Bari. Stanza n. 17, II piano.
<b>Sede virtuale</b>	Piattaforma ADA – <a href="https://elearning.uniba.it/">https://elearning.uniba.it/</a>
<b>Sito web del docente</b>	<a href="https://www.dm.uniba.it/members/germinario">https://www.dm.uniba.it/members/germinario</a>
<b>Ricevimento (giorni, orari e modalità, es. su appuntamento)</b>	Il ricevimento, in presenza o in remoto, si tiene su appuntamento da concordare tramite e-mail.



appuntamento)

Syllabus	
<b>Obiettivi formativi</b>	Il corso di FMDS è teso a fornire le competenze matematiche di base necessarie alla gestione, al trattamento e all'analisi di grandi moli di dati. Inoltre concorre a stimolare negli studenti non solo gli strumenti cognitivi di base necessari a pensare analiticamente, creativamente, criticamente e in modo indagatore, ma anche le capacità di astrazione e soluzione di problemi necessarie per affrontare sistemi complessi.
<b>Prerequisiti</b>	Al fine di comprendere e saper applicare la maggior parte delle tecniche descritte nell'insegnamento sono necessarie la padronanza degli strumenti di base di Calcolo Differenziale e Integrale in una variabile e la conoscenza delle nozioni di base di Algebra Lineare e di Geometria Analitica negli spazi Euclidei.
<b>Contenuti di insegnamento (Programma)</b>	<p><b>Parte I: Analisi Matematica</b></p> <p><b>Spazi Metrici, spazi normati, spazi di Hilbert (6 ore)</b> Spazi metrici. Esempi e prime proprietà. Spazi vettoriali. Spazi normati. Esempi e prime proprietà. Struttura metrica di uno spazio normato; distanza dedotta dalla norma. Successioni convergenti e di Cauchy in uno spazio metrico. Spazi metrici completi. Spazi di Banach. Prodotto scalare in uno spazio vettoriale. Esempi. Norma associata a un prodotto scalare. Esempi. Spazi di Hilbert. Struttura topologica di <math>\mathbb{R}^n</math>.</p> <p><b>Calcolo differenziale in <math>\mathbb{R}^n</math> (16 ore)</b> Funzioni scalari e vettoriali su <math>\mathbb{R}^n</math>. Definizione di limite e sue proprietà per funzioni scalari e vettoriali. Continuità di funzioni scalari e vettoriali. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri. Derivate parziali. Vettore Gradiente. Funzioni differenziabili e loro proprietà. Piano tangente. Teorema del differenziale totale. Curve e loro derivata. Teorema di derivazione della funzione composta. Teorema di Lagrange. Funzioni vettoriali e matrice jacobiana. Teorema di differenziabilità della funzione composta. Derivate parziali seconde e matrice Hessiana. Punti di Massimo e minimo relativo di una funzione scalare. Punti critici. Punti di sella. Funzioni convesse e strettamente convesse in <math>\mathbb{R}^n</math> e loro proprietà. Ricerca del massimo e minimo assoluto di una funzione continua. Punti di estremo vincolati. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.</p> <p><b>Integrali multipli (10 ore)</b> Richiami sugli integrali definiti in una variabile. Partizioni in <math>\mathbb{R}^2</math>. Insiemi misurabili. Funzioni limitate integrabili secondo Riemann secondo Riemann su insiemi limitati misurabili di <math>\mathbb{R}^2</math>. Integrabilità delle funzioni continue. Formule di riduzione per integrali doppi. Cambiamento di variabili per integrali doppi. Caso particolare:</p>



coordinate polari. Cenni su integrali impropri.

## **Parte II: Algebra lineare**

### **Matrici e sistemi lineari (9 ore)**

Definizione di matrice. Matrici quadrate. Matrici riga. Matrici colonna. Sottomatrici. Matrici a blocchi. Somma tra matrici. Moltiplicazione di una matrice per uno scalare. Matrice trasposta e trasposta coniugata. Matrici simmetriche ed Hermitiane. Prodotto tra matrici. Potenze di una matrice. Traccia di una matrice. Matrici non singolari e matrice inversa. Determinante di una matrice e metodi per il calcolo. Matrici triangolari e diagonali. Sistemi lineari e loro rappresentazione matriciale. Metodo di eliminazione di Gauss per sistemi quadrati e rettangolari. Metodo di Gauss-Jordan. Rango di una matrice. Sistemi lineari omogenei e non omogenei e loro soluzione generale. Sistemi lineari e matrici non singolari. Invertibilità di matrici quadrate. Fattorizzazioni LU e LDU di matrici quadrate. Formula del determinante per i pivot. Fattorizzazione di Cholesky per matrici simmetriche.

### **Spazi vettoriali e funzioni lineari tra spazi vettoriali (5 ore)**

Definizione ed esempi di spazi vettoriali. Sottospazi. Sottospazio generato da un insieme finito di elementi di uno spazio vettoriale. Insiemi linearmente indipendenti in spazi vettoriali. Insiemi linearmente indipendenti di  $\mathbb{R}^m$ . Basi di uno spazio vettoriale. Dimensione di uno spazio vettoriale. Dimensione dei sottospazi. Somma diretta di sottospazi. Applicazioni lineari tra spazi vettoriali. Rotazioni, riflessioni e proiezioni e matrici associate. Matrice associata ad una applicazione lineare. Cambiamento di base. Sottospazi fondamentali di una funzione lineare. Sottospazi fondamentali di una matrice, loro dimensione e loro basi.

### **Spazi normati e spazi con prodotto scalare (3 ore)**

Spazi normati. Norma euclidea. Norme di matrici. Spazi con prodotto scalare. Norma indotta da un prodotto scalare. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Angolo tra due vettori.

### **Ortogonalità (5 ore)**

Vettori ortogonali. Insiemi ortonormali. Lineare indipendenza degli insiemi ortonormali. Basi ortonormali. Coordinate di un vettore rispetto ad una base ortonormale. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Fattorizzazione QR. Matrici ortogonali. Matrici unitarie. Sottospazio ortogonale. Teorema di decomposizione. Ortogonali dei sottospazi fondamentali di una matrice.

### **Autovalori e autovettori (4 ore)**

Autovalori e loro caratterizzazione. Autovettori e autospazi. Polinomio caratteristico di una matrice. Raggio spettrale e sue proprietà. Molteplicità algebrica e geometrica. Autovalori semplici e semisemplici. Indipendenza degli autovettori relativi ad autovalori



	<p>distinti. Matrici simili, trasformazioni per similarità. Autovalori di matrici simili. Matrici diagonalizzabili. Condizione necessaria e sufficiente per la diagonalizzabilità. Autovalori e potenze di una matrice. Autovalori e matrice inversa. Applicazioni alle equazioni e sistemi di equazioni alle differenze lineari omogenee. Matrici di Markov e loro autovalori.</p> <p><b>Matrici simmetriche (4 ore)</b> Proprietà degli autovalori. Ortogonalità degli autovettori relativi ad autovalori distinti. Diagonalizzabilità mediante matrici ortogonali. Matrici simmetriche definite positive e semidefinite positive. Condizione necessaria e condizioni equivalenti Matrici a stretta predominanza diagonale. Matrici simmetriche definite negative e semidefinite negative. Matrice simmetriche indefinite. Matrici Hermitiane.</p>		
<b>Testi di riferimento</b>	<p>Per la PARTE 1: qualunque testo di Analisi Matematica 2. Per esempio</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>M. Bramanti – C. D. Pagani – S. Salsa, Analisi Matematica Due, Zanichelli Ed., 2009</li> </ul> <p>Per la PARTE 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>C.D. Meyer, Matrix Analysis and Applied Linear Algebra SIAM, 2000</li> </ul> <p>Gli studenti che lo desiderano possono ottenere i testi in prestito dalla Biblioteca. Può convenire verificarne la disponibilità mediante il Sistema Bibliotecario di Ateneo <a href="https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php?">https://opac.uniba.it/easyweb/w8018/index.php?</a> e contattare la biblioteca per concordare il prestito.</p>		
<b>Note ai testi di riferimento</b>	Tracce d'esame e note delle lezioni sono disponibili sulla piattaforma di e-learning.		
<b>Organizzazione della didattica</b>			
<b>Ore</b>			
<b>Totali</b>	<b>Didattica frontale</b>	<b>Pratica (laboratorio, esercizio, progetto, altro)</b>	<b>Studio individuale</b>
150 ore	32 ore	30 ore	88 ore
<b>CFU/ETCS</b>			
6 CFU	4 CFU	2 CFU	
<b>Metodi didattici</b>			
	Didattica frontale corredata da esercitazioni che prevedono lo		



	svolgimento di esercizi il cui scopo è far acquisire la capacità di applicare i concetti teorici.
--	---

<b>Risultati di apprendimento previsti</b>	
<b>Conoscenza e capacità di comprensione</b>	Acquisizione dei concetti fondamentali di Algebra Lineare e di Calcolo Differenziale e Integrale per funzioni in più variabili, dei relativi teoremi e della loro applicazione allo studio di autovalori e autovettori di una matrice, alla descrizione delle proprietà fondamentali di una funzione in più variabili reali e al calcolo di integrali multipli.
<b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</b>	Gli strumenti matematici acquisiti durante il corso saranno applicati negli insegnamenti successivi, in particolare in Apprendimento Automatico, Data Mining, Metodi Numerici per la Data Science, Modellizzazione Statistica.
<b>Competenze trasversali</b>	<p><b>Autonomia di giudizio</b> Al termine dell'insegnamento lo studente dovrà essere in grado di valutare la coerenza di un ragionamento logico utilizzato e di individuare gli strumenti matematici e le tecniche migliori per affrontare i diversi problemi di Data Science.</p> <p><b>Abilità comunicative</b> Al termine dell'insegnamento lo studente dovrà aver acquisito il linguaggio e il formalismo matematico avanzato necessario per la consultazione e la comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze studiate, la descrizione, l'analisi e la risoluzione di problemi di Algebra Lineare e di Calcolo Differenziale e Integrale per funzioni in più variabili reali.</p> <p><b>Capacità di apprendere in modo autonomo</b> Al termine dell'insegnamento lo studente dovrà aver acquisito un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di problemi.</p>

<b>Valutazione</b>	
--------------------	--



<b>Modalità di verifica dell'apprendimento</b>	<p>L'esame finale prevede:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Una prova scritta a risposte aperte, della durata minima di due ore;</li><li>• una prova orale.</li></ul> <p>Le valutazioni di entrambe le parti concorreranno a determinare il voto finale. Il risultato della prova scritta, che è propedeutica alla prova orale, sarà comunicato via e-mail o direttamente dal docente o attraverso la piattaforma ESSE3. La prova scritta, ove il suo punteggio sia maggiore o uguale a 18/30, può essere mantenuta per l'A.A. ad essa relativo.</p>
<b>Criteri di valutazione</b>	<p>Lo studente deve essere in grado di:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• affrontare esercizi di Algebra Lineare,</li><li>• studiare le proprietà delle matrici,</li><li>• studiare una qualsiasi funzione reale in più variabili reali, riconoscendone le principali proprietà,</li><li>• calcolare integrali multipli.</li></ul> <p>Deve essere in grado, inoltre, di enunciare e dimostrare teoremi utilizzando il corretto linguaggio matematico e dimostrando padronanza dei concetti principali e coerenza nel ragionamento logico.</p>
<b>Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale</b>	<p>Il voto finale, determinato sia dalla prova scritta che da quella orale, è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto finale è maggiore o uguale a 18/30.</p> <p>Per accedere alla prova orale bisogna aver superato la prova scritta con una votazione minima di 18/30.</p>
<b>Altro</b>	<p>Si suggerisce agli studenti di affidarsi esclusivamente alle informazioni/comunicazioni fornite sui siti ufficiali del Dipartimento di Informatica, ovvero sui gruppi social solo se costituiti e amministrati esclusivamente dai docenti dei relativi insegnamenti:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea</a></li><li>• <a href="https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica">https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica</a></li><li>• <a href="https://elearning.uniba.it/">https://elearning.uniba.it/</a></li></ul> <p>I programmi degli insegnamenti sono disponibili qui:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <a href="https://elearning.uniba.it/">https://elearning.uniba.it/</a></li></ul>



Le informazioni che tutti gli studenti dovrebbero conoscere sono scritte nei Regolamenti didattici e manifesti degli studi disponibili nel sito:

- <https://www.uniba.it/it/ricerca/dipartimenti/informatica/didattica/corsi-di-laurea/corsi-di-laurea>

Si suggerisce agli studenti di diffidare delle informazioni e dei materiali circolanti su siti o gruppi social non ufficiali, poiché spesso sono risultati non affidabili, non corretti o incompleti. Per ogni dubbio, chiedere un incontro al docente secondo le modalità previste per il ricevimento.