

| Principali informazioni sull'insegnamento | |
|---|---|
| Denominazione dell'insegnamento | Matematica Discreta |
| Corso di studio | Informatica e Tecnologie per la Produzione del Software |
| Anno di corso | Primo Anno |
| Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS): | : 9=7+2 |
| SSD | Mat/03 – Geometria |
| Lingua di erogazione | Italiano |
| Periodo di erogazione | Primo Semestre |
| Obbligo di frequenza | No (ma Fortemente Consigliata) |

| Docente | |
|--|--|
| Nome e cognome | Vincenzo Carmine Nardoza |
| Indirizzo mail | vincenzo.nardoza_AT_uniba.it |
| Telefono | +39 080 544 2692 |
| Sede | Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Bari "A. Moro" |
| Sede virtuale | |
| Ricevimento (giorni, orari e modalità) | Consultare la pagina istituzionale: https://www.dm.uniba.it/members/nardoza |

| Syllabus | |
|--|---|
| Obiettivi formativi | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i> • <i>Autonomia di giudizio</i> • <i>Abilità comunicative</i> • <i>Capacità di apprendere</i> |
| Prerequisiti | Calcolo elementare e letterale. Rudimenti di Teoria degli Insiemi. |
| Contenuti di insegnamento (Programma) | <p>1. Concetti di base.</p> <p>a) Logica: Proposizioni. Connettivi logici fondamentali e tavole di verità. Proposizioni equivalenti. Contraddizioni e tautologie. Implicazione logica e sue parafrasi. Formulazioni equivalenti della implicazione logica. Bicondizionale. Ordine di precedenza tra gli operatori logici. Regole di negazione (formule di De Morgan). Negazione dell'implicazione e della bicondizionale. Predicati e quantificatori. Regole per la negazione di una proposizione predicativa. Proposizioni dipendenti da più variabili logiche. Regole per la negazione di una proposizione predicativa. Terminologia: Definizione, Teorema, Proposizione, Lemma, Corollario, Osservazione, Esempi, Controesempi, Dimostrazioni.</p> <p>b) Insiemistica: Oggetti e insiemi. Appartenenza di un oggetto a un insieme. Insieme universo. Inclusione e uguaglianza insiemistica. Rappresentazioni di un insieme e costruttori logici. Insieme vuoto; l'insieme vuoto è contenuto in ogni insieme; un insieme non cambia se si permutano i suoi elementi o se li si riportano più volte. Unione, intersezione e complementare. Proprietà elementari delle operazioni insiemistiche. Famiglia di insiemi. Leggi di De Morgan. Unione, intersezione e leggi di De</p> |

Morgan per famiglie di insiemi. Insieme delle parti di un insieme.

c) **Relazioni:** Prodotto cartesiano. Relazioni. **Funzioni:** Definizione di funzione; immagine e controimmagine di un elemento. Rappresentazione di una funzione con diagrammi di Venn, come array a due righe, come parola, tramite il modello d'occupazione. Uguaglianza tra funzioni. Composizione di funzioni. Funzione identità. Funzioni invertibili. Funzioni iniettive, suriettive e bigettive. Caratterizzazione delle funzioni invertibili. **Posets:** relazioni d'ordine parziale. Insiemi totalmente ordinati. Massimo e minimo di un sottinsieme di un poset. Insiemi ben ordinati. Ogni insieme ben ordinato è totalmente ordinato. Diagramma di Hasse di un poset. **Relazioni di equivalenza:** relazione di equivalenza su un insieme. Classi di equivalenza. Insieme quoziente. Partizione di un insieme. Equivalenza logica tra partizione di un insieme e relazione di equivalenza sullo stesso insieme. Trasversale per l'insieme quoziente. Proiezione canonica. Relazione di equivalenza indotta da una funzione.

d) **Principio di induzione e ricorsività:** Successioni. Sommatorie. Principio di induzione matematica nelle sue formulazioni equivalenti: induzione semplice, induzione completa e principio del minimo. Procedimento di dimostrazione per induzione. **Ricorsività:** Algoritmi ricorsivi. Successioni ricorsive. Forma chiusa di una successione ricorsiva. Progressioni aritmetiche e geometriche.

2. Interi.

Gli interi come quoziente di $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$. Richiami sulle operazioni tra interi, loro ordinamento e valore assoluto. Divisibilità tra interi. Algoritmo di divisione euclidea. Rappresentazione degli interi in un sistema posizionale in base $b > 1$. Massimo comun divisore tra interi. Proprietà elementari del $\text{MCD}(a, b)$. Teorema di Bezout. Forma di Bezout per l'espressione del $\text{MCD}(a, b)$. Numeri coprimi. Lemma di Euclide. Algoritmo euclideo per il calcolo del MCD. Calcolo dei coefficienti di Bezout. Minimo comune multiplo tra interi. Espressione del mcm tramite il MCD. Generalità e richiami sulle equazioni. Equazioni diofantee lineari. Metodo di risoluzione delle equazioni diofantee lineari. Numeri interi primi e numeri interi irriducibili. Teorema fondamentale dell'Aritmetica. Esistenza di infiniti interi primi. Esistenza di numeri irrazionali. Crivello di Eratostene.

3. Combinatoria

Cardinalità e confronto di cardinalità. Insiemi finiti e infiniti. I naturali naturali costituiscono un insieme infinito. Confronto tra le cardinalità degli insiemi numerici. Cardinalità degli insiemi finiti e significato del termine "contare". Principio di addizione. Principio di moltiplicazione. Cardinalità dell'insieme delle parti di un insieme finito. Numero di divisori di un intero. Disposizioni con ripetizione. Numero di disposizioni con ripetizione di classe k su n oggetti. Disposizioni semplici. Numero di disposizioni semplici di classe k su n oggetti. Permutazioni. Fattoriale. Combinazioni semplici. Coefficiente binomiale. Proprietà elementari del coefficiente binomiale. Triangolo di Tartaglia. Sviluppo delle potenze di un binomio. La somma dei numeri del triangolo di Tartaglia lungo una stessa riga è una potenza di 2. Formula chiusa del coefficiente binomiale. Combinazioni con ripetizioni di classe k su n oggetti. Numero di combinazioni con ripetizione di classe k su n oggetti. Multinsiemi. Principio di inclusione-esclusione. Principio dei cassetti.

4. Aritmetica Modulare

Congruenza modulo n . La congruenza modulo n è una relazione di equivalenza. Caratterizzazione alternativa della congruenza modulo n . Descrizione delle classi di congruenza. Cardinalità dell'insieme quoziente. Compatibilità della congruenza con le operazioni tra interi. Inversi aritmetici e loro determinazione. Congruenze lineari. Risolubilità di una congruenza lineare. Soluzioni di una congruenza lineare risolubile. Metodi di risoluzione di una congruenza lineare. Ripartizione in classi delle soluzioni di una congruenza lineare. Sistemi di congruenze lineari. Normalizzazione di un sistema di congruenze lineari. Prima formulazione del Teorema Cinese dei Resti.

5. Gruppi

Operazioni binarie su un insieme. Proprietà distintive di operazioni binarie: Associatività, commutatività, esistenza di un elemento neutro, esistenza del simmetrico di un elemento. Definizione di gruppo. Esempi di gruppi. Ordine di un gruppo. Addizione tra classi di congruenza modulo n . Il gruppo \mathbf{Z}_n . Prodotti diretti di gruppi. Proprietà elementari di un gruppo: unicità dell'elemento neutro e del simmetrico di un elemento. Potenze (o multipli) di un elemento di un gruppo e loro proprietà. Sottogruppo di un gruppo. In un sottogruppo elemento neutro e inversi si conservano. Lemma di caratterizzazione dei sottogruppi. L'unione di sottogruppi non è un sottogruppo. L'intersezione di sottogruppi è un sottogruppo. Sottogruppo generato da un sottinsieme di un gruppo. Sottogruppi ciclici di un gruppo. Gruppi ciclici. Elementi periodici e aperiodici di un gruppo. Periodo di un elemento periodico. Tutti gli elementi di un gruppo finito sono periodici. Proprietà di un elemento aperiodico. Proprietà del periodo di un elemento periodico. Relazione tra periodo di un elemento e ordine del sottogruppo ciclico da esso generato. Teorema di Lagrange per gruppi finiti. Se un gruppo è finito il periodo di un suo elemento divide l'ordine del gruppo. Numero di generatori di un gruppo ciclico finito. Funzione di Eulero. Isomorfismi e omomorfismi tra gruppi. Proprietà di un omomorfismo tra gruppi. Nucleo e immagine di un omomorfismo. Caratterizzazione dell'injectività tramite il nucleo. Omomorfismo canonico tra \mathbf{Z} e \mathbf{Z}_n . Classificazione dei gruppi ciclici. Proprietà dei gruppi ciclici. Teorema fondamentale sui gruppi abeliani finiti.

6. Gruppi simmetrici

Inversa della composizione di due bigezioni. Supporto di una permutazione. Permutazioni a supporto disgiunto commutano. Cicli. Orbita di un elemento sotto una permutazione. Relazione di equivalenza indotta da una permutazione. Cicli associati alle orbite di una permutazione. Decomposizione di una permutazione in un prodotto di cicli disgiunti. Struttura ciclica di una permutazione. Periodo di una permutazione. Alcuni fatti di base sulle permutazioni. Ogni permutazione è prodotto di trasposizioni. Parità di una permutazione e funzione segno. Gruppo alterno.

7. Anelli

Definizione di anello. Anelli commutativi e anelli unitari. Proprietà di 0 in un anello. Divisori di zero. Elementi invertibili in un anello. Divisori dello zero e elementi invertibili di un anello formano insiemi disgiunti. Gruppo degli elementi invertibili di un anello. Terminologia: anelli integri, domini di integrità, corpi, campi. Esempi di anelli: \mathbf{Z} , \mathbf{Q} ed \mathbf{R} . Anello degli interi \mathbf{Z}_n . Elementi invertibili e divisori di zero in \mathbf{Z}_n . \mathbf{Z}_n è un campo se e solo se n è primo. Somma diretta di anelli. Elementi invertibili di una somma diretta di anelli. Omomorfismi tra anelli. Nucleo di un omomorfismo

| | |
|------------------------------|---|
| | <p>e caratterizzazione dell'iniettività di un omomorfismo tramite il suo nucleo. Omomorfismo canonico da \mathbf{Z} a \mathbf{Z}_n. Piccolo Teorema di Fermat. Teorema di Eulero--Fermat. Seconda formulazione del Teorema Cinese dei Resti. Moltiplicatività della funzione di Eulero e formula per il calcolo della φ.</p> <p>8. Anelli di matrici</p> <p>Matrici quadrate a coefficienti in un campo. Operazioni tra matrici quadrate. Anello delle matrici quadrate. Gruppo generale lineare $GL_n(F)$. Determinante di una matrice. Caratterizzazione delle matrici tramite il determinante. Formula di Binet. Inversa di una matrice 2×2 invertibile tramite il determinante. Operazioni elementari $R_{ij}(a)$, $\mu_i(\alpha)$ e T_{ij} sulle righe di una matrice. Invertibilità e calcolo dell'inversa di una matrice tramite le operazioni elementari sulle righe. Calcolo del determinante di una matrice tramite le operazioni elementari sulle righe.</p> |
| Testi di riferimento | <p>Testo adottato per il corso:</p> <p>G.M. Piacentini Cattaneo, " <i>Matematica Discreta e applicazioni</i> ", Zanichelli Editore (2008)</p> <p>Testi consigliati per consultazione:</p> <ul style="list-style-type: none"> • C. Delizia, P. Longobardi, M. Maj, C. Nicotera, " <i>Matematica Discreta</i> ", McGraw--Hill Editore, (2009). • A. Facchini, " <i>Algebra e Matematica Discreta</i> ", Decibel Zanichelli Editore (2000) • K. H. Rosen, " <i>Discrete Mathematics and Its Applications</i> ", McGraw--Hill, 7th Edition (2012) <i>(in Inglese)</i> • R. Johnsonbaugh, " <i>Discrete Mathematics</i> ", Pearson Education, 8th Edition (2018) <i>(in Inglese)</i> |
| Note ai testi di riferimento | <p>Benchè il corso si sviluppi quasi interamente su quanto presente nel testo adottato, delle note integrative (non opzionali) su parti del programma, e precisamente su</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concetti di base • Teoria dei gruppi • Anelli e matrici <p>sono pubblicate sulla pagina web istituzionale del docente, assieme a esercizi e tracce d'esame.</p> |

| Organizzazione della didattica | | | |
|--------------------------------|------------------------------------|--|--------------------|
| Ore | | | |
| Totali | Didattica frontale | Pratica (laboratorio, campo, esercitazione, altro) | Studio individuale |
| 225 | 86 (56 lezione + 30 esercitazione) | | 139 |
| CFU/ETCS | | | |
| 9 | 7+2 | | |

| | |
|-------------------------|--|
| Metodi didattici | <i>Lezioni frontali ed esercitazioni in aula</i> |
| | |

| | |
|--|--|
| Risultati di apprendimento previsti | |
| Conoscenza e capacità di comprensione | <ul style="list-style-type: none"> ○ Acquisizione di capacità logiche e familiarità con concetti matematici astratti. ○ Acquisizione delle tecniche dimostrative di base e di procedimenti formali, i principi dell'astrazione, le teorie formali del calcolo. ○ Sviluppo della abilità di calcolo e di pensiero astratto. |
| Conoscenza e capacità di comprensione applicate | <ul style="list-style-type: none"> ○ Le conoscenze acquisite trovano applicazione nello svolgimento di esercizi. ○ Lo studente possiede le conoscenze per risolvere piccoli problemi, eseguire algoritmi e sviluppare il calcolo matriciale. |
| Competenze trasversali | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Autonomia di giudizio</i> <ul style="list-style-type: none"> ○ Capacità di individuare il metodo risolutivo opportuno per un particolare problema. ○ Capacità di stabilire la coerenza e la correttezza di un ragionamento logico o di una dimostrazione. Tali abilità sono sviluppate tramite esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso. • <i>Abilità comunicative</i> <ul style="list-style-type: none"> ○ Acquisizione del linguaggio formale matematico, necessario per poter acquisire negli anni successivi delle competenze professionali d'avanguardia. ○ Capacità di esporre le conoscenze acquisite in maniera corretta e rigorosa. Tali abilità sono sviluppate tramite esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso • <i>Capacità di apprendere in modo autonomo</i> <ul style="list-style-type: none"> ○ Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso. |

| | |
|--|---|
| Valutazione | |
| Modalità di verifica dell'apprendimento | Prova scritta, con esercizi parzialmente teorici. Correzione da parte del docente e incontro per la visualizzazione dell'elaborato. Prova orale facoltativa, dopo il superamento della prova scritta. |
| Criteri di valutazione | <ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> <ul style="list-style-type: none"> ○ Qualità e correttezza delle tecniche dimostrative, procedimenti formali e del ragionamento astratto • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> <ul style="list-style-type: none"> ○ Qualità e correttezza delle capacità logico-deduttive • <i>Autonomia di giudizio:</i> <ul style="list-style-type: none"> ○ Qualità e correttezza nell'utilizzo effettivo delle nozioni apprese e nella scelta delle tecniche risolutive impiegate |

| | |
|---|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • Abilità comunicative: <ul style="list-style-type: none"> ○ Qualità e correttezza nell'esposizione dei concetti e nella padronanza del linguaggio appropriato. • Capacità di apprendere: <ul style="list-style-type: none"> ○ Qualità e correttezza nell'approfondire nei singoli esercizi le particolarità concrete del problema, pur inquadrato nel contesto teorico generale. |
| <p>Criteria di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale</p> | <p>Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame è superato quando il voto finale è superiore o uguale a 18. Lo studente deve risolvere gli esercizi proposti all'esame in maniera corretta e rigorosa. Il voto finale (18-30 e lode) dipende dalla soluzione descritta, dal rigore metodologico e dalla chiarezza espositiva.</p> |
| Altro | |
| | |